

# Guia RELACRE

# 25

**ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO**



**EM ENSAIOS DE MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO**



COMISSÕES  
TÉCNICAS



**RELACRE**

ASSOCIAÇÃO DE LABORATÓRIOS  
ACREDITADOS DE PORTUGAL

## **FICHA TÉCNICA**




TÍTULO:

**Guia RELACRE 25**

Estimativa da Incerteza de Medição  
em Ensaios de Materiais de Construção

EDIÇÃO: RELACRE

ISBN: 978-972-8574-54-3



# Guia RELACRE 25

Edição: 2025

**ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO**



**EM ENSAIOS DE MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO**




COMISSÕES  
TÉCNICAS



**RELACRE**

ASSOCIAÇÃO DE LABORATÓRIOS  
ACREDITADOS DE PORTUGAL



Este documento foi elaborado pela

**CSR MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO**


O conteúdo deste documento é da responsabilidade dos especialistas, membros da referida CSR, que colaboraram na sua elaboração.

É intenção da RELACRE proceder à revisão deste documento sempre que se revele oportuno.

Na elaboração da presente edição colaboraram:

José Neves	<b>IST</b>
Ana Cristina Freire	<b>LNEC</b>
Isa Gregório	<b>GEOTEST</b>
Carla Sousa	<b>MOTA ENGIL</b>
João André	<b>APEB</b>

Um agradecimento é dirigido à Eng.ª Cristina Alves Ribeiro (SENQUAL), Eng.º José Correia (GEOCONTROLE), Eng.ª Joana Santos (CICCOPN), Eng.º Rodrigo Santos (CIMPOR) e Eng.ª Isabel Godinho (IPQ) pelos importantes comentários durante o período de discussão pública. Igualmente se dirige um agradecimento à Eng.ª Anabela Maia (LNEC) pela leitura final do documento, antes do período de discussão pública.



## ÍNDICE

1	OBJETIVO E ÂMBITO	6
2	REFERÊNCIAS	7
3	CONCEITOS	7
4	METODOLOGIA DE ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO	8
	PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA	9
	PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA	9
	PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA	11
	PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA	15
	PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA	19
5	APRESENTAÇÃO DA INCERTEZA	22
	APÊNDICE I – SOLOS. ENSAIO DE DETERMINAÇÃO DO TEOR EM ÁGUA	23
	APÊNDICE II – SOLOS. ENSAIO DE COMPACTAÇÃO	26
	APÊNDICE III – SOLOS. ENSAIO DE DETERMINAÇÃO DA BARIDADE SECA “IN SITU” PELO MÉTODO DA GARRAFA DE AREIA	29
	APÊNDICE IV – AGREGADOS. ENSAIO DE DETERMINAÇÃO DO EQUIVALENTE DE AREIA	33
	APÊNDICE V – AGREGADOS. ENSAIO DE DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À FRAGMENTAÇÃO – LOS ANGELES	36
	APÊNDICE VI – MISTURAS BETUMINOSAS. DETERMINAÇÃO DO TEOR EM LIGANTE SOLÚVEL	39
	APÊNDICE VII – BETÃO. RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DE PROVETES DE ENSAIO	43

## 1 OBJETIVO E ÂMBITO

O objetivo do presente guia é fornecer orientações sobre a estimativa da incerteza de medição em ensaios de materiais de construção, nomeadamente nos ensaios de solos, agregados, misturas betuminosas e betão. De notar, que a estimativa da incerteza de medição está associada a ensaios quantitativos, já que para os ensaios de natureza qualitativa não se coloca esta necessidade.

O presente documento foi elaborado no âmbito das atividades da Comissão Setorial RELACRE CTR09 – Materiais de Construção – e consiste na segunda edição do Guia 25 da RELACRE – Estimativa da incerteza de medição em ensaios de materiais de construção – publicado em maio de 2013.

Existem diversas abordagens possíveis para a estimativa da incerteza de medição. O presente guia descreve uma dessas metodologias por se considerar como a mais recomendada, quando aplicável, à estimativa da incerteza da generalidade dos ensaios de materiais de construção. No entanto, compete ao laboratório assegurar que em cada caso, na estimativa da incerteza de medição, a abordagem seguida e os dados utilizados são os mais adequados.

O guia descreve a metodologia geral de estimativa da incerteza e apresenta sete exemplos de aplicação da metodologia selecionados dentro de cada material – solos, agregados, misturas betuminosas e betão – em que cada exemplo foi desenvolvido por cada um dos grupos de trabalho da CTR09, tendo como suporte comum uma folha de cálculo desenvolvida em Microsoft Excel no âmbito deste guia. Os exemplos são apresentados em apêndices:

- Apêndice 1 – Solos. Determinação do teor em água (EN ISO 17892–1)
- Apêndice 2 – Solos. Ensaio de compactação (LNEC E 197)
- Apêndice 3 – Solos. Determinação da baridade seca “in situ” pelo método da garrafa de areia (LNEC E 204)
- Apêndice 4 – Agregados. Ensaio de equivalente de areia (EN 933–8)
- Apêndice 5 – Agregados. Determinação da resistência à fragmentação – Los Angeles (EN 1097–2)
- Apêndice 6 – Misturas betuminosas. Determinação do conteúdo em ligante solúvel (EN 12697–1, Secções B.1.5 e B.2.1)
- Apêndice 7 – Betão. Resistência à compressão de provetes de ensaio (EN 12390–3)

Nesta nova edição do guia procedeu-se à atualização de algumas referências, revisão dos exemplos de estimativa das incertezas já apresentados, nomeadamente para atender à atualização de algumas das normas de ensaio de suporte, bem como foram acrescentados exemplos relativos a outros ensaios e materiais, como foi o caso das misturas betuminosas.

## 2 REFERÊNCIAS

- [1] NATA – Specific Accreditation Guidance Infrastructure and Asset Integrity – Measurement Uncertainty in Geotechnical Testing, 2018.  
<https://nata.com.au/files/2021/05/Infrastructure-and-Asset-Integrity-Measurement-Uncertainty-for-Geotechnical-testing.pdf>
- [2] ILAC G17:01/2021 – ILAC Guidelines for Measurement Uncertainty in Testing, 2021.  
<https://ilac.org/?ddownload=123528>
- [3] JCGM 100:2008 – Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM 1995 with minor corrections).  
[https://www.bipm.org/documents/20126/2071204/JCGM\\_100\\_2008\\_E.pdf/cb0ef43f-baa5-11cf-3f85-4dcd86f77bd6](https://www.bipm.org/documents/20126/2071204/JCGM_100_2008_E.pdf/cb0ef43f-baa5-11cf-3f85-4dcd86f77bd6)
- [4] VIM – Vocabulário internacional de metrologia, 1ª edição Luso-Brasileira, 2012.  
[https://storagewebsiteipq.blob.core.windows.net/website/VIM-Vocabulário-Internacional-de-Metrologia\\_IPQ\\_INMETRO\\_2012.pdf](https://storagewebsiteipq.blob.core.windows.net/website/VIM-Vocabulário-Internacional-de-Metrologia_IPQ_INMETRO_2012.pdf)
- [5] G104 – A2LA Guide for Estimation of Measurement Uncertainty in Testing, 2019.  
<https://a2la.qualtraxcloud.com/ShowDocument.aspx?ID=5657>

## 3 CONCEITOS

Os conceitos adotados neste guia são exatamente os que estão definidos nos documentos de referência [1, 2, 3, 4 e 5]. O que se pretende com este documento é apenas rever e clarificar, no estritamente essencial, não só os referidos conceitos, mas também os princípios associados à metodologia geral de estimativa da incerteza. A utilização deste guia não dispensa a consulta daqueles documentos de referência.

Entendendo-se por mensuranda a grandeza que vai ser medida num determinado processo de medição, então define-se incerteza de medição como o “parâmetro não-negativo que caracteriza a dispersão dos valores da grandeza que são atribuídos à mensuranda a partir das informações usadas” [4]. Por exemplo, esse parâmetro pode ser um desvio-padrão ou a largura de um intervalo de confiança.

É sabido que qualquer mensuranda depende de outras grandezas que devem ser entendidas também como mensurandas, dependentes por sua vez de outras mensurandas através de determinadas relações funcionais entre si. Significa que, na prática, a incerteza de medição pode ser influenciada, direta ou indiretamente, por outras grandezas designadas por fontes de incerteza. Desta forma, para avaliar a incerteza global é necessário considerar a correspondente contribuição individual de cada fonte, ou seja, a componente da incerteza. Se

essa componente é quantificada através de um desvio-padrão, então atribui-se a designação de incerteza padrão. Consideram-se dois tipos de incerteza padrão: incerteza padrão do Tipo A, quando a incerteza resulta da avaliação estatística de uma série de observações; incerteza padrão do Tipo B, se realizada por outros métodos.

A incerteza global do resultado da medição – incerteza padrão combinada – é um intervalo de confiança que resulta da combinação de todas as componentes de incerteza através da lei de propagação da incerteza. A incerteza final associada ao valor da mensuranda – incerteza expandida – é um intervalo obtido pela multiplicação da incerteza padrão combinada por um fator designado por fator de expansão, que traduz o grau de confiança desejado para o intervalo no qual se pretende encontrar o valor da mensuranda, que normalmente é 95 %.

O conceito de incerteza é completamente distinto do conceito de erro (determinístico): diferença entre um resultado individual e o correspondente valor verdadeiro. A incerteza é um conceito idealizado e não pode ser conhecido com exatidão (probabilístico). Erro, por sua vez, é um valor único, eventualmente resultante de uma componente aleatória – erro aleatório – e/ou de uma componente sistemática – erro sistemático – enquanto a incerteza representa um intervalo de valores. Podem existir, obviamente, outros tipos de erros ocasionais que invalidam a medição e que resultam, tipicamente, de falha humana ou de incorreto funcionamento dos equipamentos. Assim, a incerteza do resultado de uma medição não pode ser interpretada como representando o próprio erro.

Por tudo aquilo que será abordado neste guia, a associação da incerteza ao conceito geral de dúvida, que por vezes também é estabelecida, é completamente desajustada pois, antes pelo contrário, a estimativa da incerteza de medição é um processo que obriga a um conhecimento aprofundado, o mais possível, do método de ensaio associado à obtenção da mensuranda. O conhecimento da incerteza não significa que há dúvidas sobre a validade de uma medição, mas é antes revelador de uma confiança acrescida que se tem em relação ao resultado dessa medição.

## 4 METODOLOGIA DE ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO

A metodologia apresentada neste guia sobre a estimativa da incerteza de medição de determinada mensuranda obtida num ensaio segue o modelo matemático e consiste, sumariamente, nos seguintes passos principais:

- 1) Passo 1 – Especificação da mensuranda
- 2) Passo 2 – Identificação das fontes de incerteza
- 3) Passo 3 – Quantificação da incerteza padrão para cada fonte de incerteza
- 4) Passo 4 – Cálculo da incerteza combinada
- 5) Passo 5 – Cálculo da incerteza expandida

De forma a permitir uma melhor compreensão da aplicação da metodologia de estimativa da incerteza, foi efetuada a respetiva demonstração ao exemplo da determinação do teor em água de solos pelo método da secagem em estufa segundo a norma EN ISO 17892-1. Este é um dos exemplos – Exemplo 1 – apresentado na Parte II deste guia. Sempre que for apresentado o exemplo, utiliza-se uma caixa de fundo cinzento para se diferenciar do texto principal do guia.

### Passo 1 – Especificação da mensuranda

Depois de se perceber o método de ensaio em relação ao qual se pretende estimar a incerteza de medição, a primeira abordagem é a especificação da mensuranda, ou seja, a identificação da grandeza que está a ser medida, muitas vezes indicada no nome da norma ou especificação ou consistindo no resultado a indicar no relatório/boletim de ensaio.

Sempre que a mensuranda resultar de um processo de cálculo, a expressão matemática que lhe está associada deve ser claramente conhecida.

#### Exemplo

Na determinação do teor em água de uma amostra de solo, a mensuranda é o teor em água ( $w$ ) que resulta do conhecimento da massa de água ( $m_w$ ) e da massa do provete de ensaio seco ( $m_d$ ) e que é calculado, em percentagem, através da seguinte expressão:

$$w = \frac{m_w}{m_d} \times 100$$

### Passo 2 – Identificação das fontes de incerteza

A identificação das fontes de incerteza é um importante passo a considerar em todos os métodos de ensaio, quer seja ou não necessário reportar a incerteza de medição (de notar, conforme já foi salientado na introdução, que nos ensaios qualitativos não há a necessidade de estimar a incerteza de medição). As fontes de incerteza devem ser independentes entre si, de forma a evitar a dupla contribuição de alguma fonte de incerteza e também a simplificar o processo de cálculo da incerteza combinada, como se verá mais adiante.

O processo de identificação das fontes de incerteza exige uma análise aprofundada do método de ensaio, de forma a identificar todas as grandezas de influência, não só as que são diretas, mas também qualquer outra de natureza indireta, como por exemplo de natureza técnica, ambiental, humana, etc. Para isso, recomenda-se percorrer todo o método de ensaio, identificando cada passo a seguir e listando todas as medições que é necessário realizar. Sempre que a mensuranda resulta de um processo de cálculo, a análise da expressão matemática que lhe está associada pode ser também um bom ponto de partida para a

identificação das medições que é necessário efetuar e que podem ser potenciais fontes de incerteza.

O arredondamento do resultado, independentemente de ser ou não especificado na norma de ensaio aplicável, poderá ser considerado como fonte de incerteza. Os arredondamentos resultantes de medições ou leituras em passos intermédios da realização de um ensaio, em regra geral, não se consideram como fontes de incerteza, desde que a contribuição dos respetivos equipamentos de medição seja contemplada no balanço global da incerteza do ensaio (por exemplo através da consideração da incerteza de calibração de um equipamento), pelo que tal consideração consistiria assim numa redundância.

De salientar que a estimativa da incerteza de medição não deve ter em linha de conta erros grosseiros do operador. Para isso, é importante seguir bem o método de ensaio para que este tipo de erros não afete o resultado. Para garantir esta recomendação, assume grande importância a validação de métodos e a qualificação dos operadores.

Quando os dados resultantes de um ensaio são utilizados noutra ensaio, então a incerteza associada aos dados do primeiro ensaio deve ser considerada na estimativa da incerteza do segundo ensaio. Quando, também, os dados de um ensaio são correlacionados com outros dados e é necessário efetuar uma correção, a incerteza associada à correção deve ser tida em conta e aplicada antes de ser estimada a incerteza do ensaio em causa.

### Exemplo

Para determinar o teor em água de um provete pelo método da secagem em estufa segundo a norma EN ISO 17892-1 é necessário efetuar as seguintes medições da massa:

- massa do recipiente e do provete de ensaio húmido ( $m_1$ );
- massa do recipiente e do provete de ensaio seco ( $m_2$ );
- massa do recipiente ( $m_c$ ).

Estas medições são utilizadas na expressão que permite calcular o teor em água ( $w$ ) em conformidade com a definição apresentada anteriormente para esta mensuranda, com arredondamento à décima:

$$w = \frac{m_1 - m_2}{m_2 - m_c} \times 100$$

Estas medições, obtidas diretamente de pesagens realizadas numa balança, que se considera única, não são as únicas fontes de incerteza, pois certamente outros fatores (ambientais, de operação do equipamento, etc.) podem influenciar as medições contribuindo assim para a incerteza global da medição. De salientar que se está a partir do pressuposto que a amostra foi corretamente colhida, transportada, armazenada e preparada, não tendo ocorrido qualquer perda de humidade durante este processo.

As fontes de incerteza a considerar na determinação do teor em água são:

- exatidão da balança (associada às pesagens do recipiente, do recipiente com o provete húmido e do recipiente com o provete seco);
- correntes de convecção que possam afetar a determinação da massa seca quando uma amostra ainda quente é pesada, particularmente numa balança analítica;
- absorção de humidade durante o arrefecimento;
- garantia de massa constante.

### Passo 3 – Quantificação da incerteza padrão para cada fonte de incerteza

À elaboração da lista de fontes de incerteza segue-se a quantificação da incerteza padrão associada a cada fonte de incerteza ( $u_i$ ), ou seja, é necessário conhecer como é que cada fonte de incerteza pode afetar cada passo do ensaio e, por sua vez, o resultado.

Para cada fonte de incerteza é necessário definir um dado intervalo de valores de ocorrência e a correspondente probabilidade associada a uma determinada distribuição estatística, o que pode ser estabelecido com base na classificação da sua forma de avaliação: tipo A ou tipo B. Estas formas de avaliação correspondem, respetivamente, a dois tipos de incerteza: incerteza tipo A e incerteza tipo B.

#### Incerteza tipo A

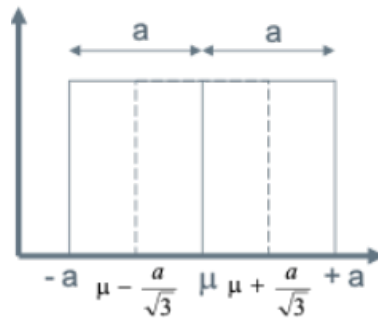
A avaliação feita a partir da análise estatística de uma série de observações é uma avaliação tipo A e dela resulta uma incerteza padrão do tipo A. Para o caso de  $m$  observações das quais se obtiveram os respetivos  $x_k$  resultados com média  $\mu$ , a incerteza padrão  $u_i$  é o desvio-padrão experimental da média, dado pela expressão:

$$u_i = \sqrt{\frac{1}{m} \left[ \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (x_k - \mu)^2 \right]} \quad (1)$$

#### Incerteza tipo B

Uma incerteza tipo B é a que resulta, naturalmente, de uma avaliação tipo B, ou seja, que foi obtida por outro qualquer método que não corresponde a uma avaliação do tipo A. Embora existam várias distribuições probabilísticas adequadas às incertezas tipo B, no caso dos ensaios de materiais de construção são as distribuições retangular, triangular e normal as de utilização mais corrente na estimativa da incerteza tipo B, pelo que são as únicas a serem referidas neste guia.

Quando não é conhecido exatamente onde poderá ocorrer um determinado valor da incerteza, neste caso é razoável atribuir à distribuição uma forma retangular onde a probabilidade de ocorrência de determinado valor dentro do intervalo estimado, com limites  $-a$  e  $+a$  (centrado no valor médio  $\mu$ ), é igual para todos os valores desse mesmo intervalo, conforme se representa graficamente na Figura 1.

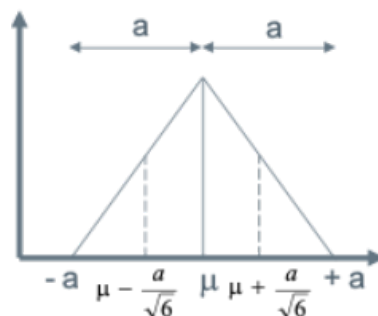


**Figura 1 – Representação gráfica da distribuição retangular**

Desta forma, a incerteza padrão  $u_i$  é o desvio-padrão dado na distribuição retangular pela seguinte expressão, onde o fator de distribuição ( $f$ ) é igual a  $\sqrt{3}$  :

$$u_i = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

A distribuição triangular pode ser utilizada quando existe mais conhecimento e confiança sobre a probabilidade de ocorrência da incerteza do que no caso de uma distribuição retangular, mas menos do que no caso de uma distribuição normal. A distribuição triangular, de forma simétrica, tem igualmente a probabilidade de ocorrência de determinado valor dentro do intervalo estimado, com limites  $-a$  e  $+a$  (centrado no valor médio  $\mu$ ) com a geometria representada na Figura 2.



**Figura 2 – Representação gráfica da distribuição triangular**

A incerteza padrão  $u_i$  é o desvio-padrão dado na distribuição triangular pela seguinte expressão, onde o fator de distribuição ( $f$ ) é igual a  $\sqrt{6}$ :

$$u_i = \frac{a}{\sqrt{6}} \quad (3)$$

Se a fonte de incerteza pode ser medida, por exemplo a exatidão de uma balança obtida por calibração (calculada com o fator de expansão  $k=2$ ), então é razoável recorrer à distribuição normal, de utilização amplamente conhecida, com fator de distribuição igual a  $\sqrt{2}$ .

Nos casos em que não for mesmo possível estabelecer a distribuição mais adequada à fonte de incerteza, recomenda-se a utilização da distribuição retangular como primeira aproximação, à qual estará certamente associada um majorante da estimativa da incerteza.

A cada fonte de incerteza é preciso ainda estimar o número de graus de liberdade ( $\nu$ ), que pode ser razoavelmente atribuído à distribuição estatística considerada. Para incertezas do tipo A, o número de graus de liberdade associado à série de  $m$  observações é simplesmente  $m-1$ . Em incertezas do tipo B, podem ser considerados basicamente dois casos: um em que é possível, com segurança, atribuir à distribuição estatística escolhida uma probabilidade de ocorrência de 100 % e, então, o número de graus de liberdade é infinito, o que na prática, para efeitos de cálculo, se pode traduzir no valor de 500 000; o outro em que a probabilidade não é de 100 % e, então, o número de graus de liberdade a considerar é calculado, por exemplo, de acordo com a formulação de *Welch-Satterthwaite* tal como se mostra no passo 5. Como simplificação, é corrente considerar o número de graus de liberdade igual a 50.

Relativamente à estimativa da incerteza relacionada com equipamentos calibrados, esta pode ser obtida dos certificados de calibração ou, alternativamente e se possível, basear-se nos valores especificados no método de ensaio para o equipamento em questão, sabendo que corresponderão a valores máximos para a incerteza padrão em causa. Outras incertezas relacionadas com a capacidade de leitura dos equipamentos, por exemplo, leituras dependentes de meniscos ou leituras intermédias entre marcas de comparadores analógicos também devem ser consideradas. A incerteza poderá ser calculada a partir de valores de tolerância disponibilizados em outras normas ou procedimentos operativos, como por exemplo o caso das tolerâncias indicadas na norma ISO para as dimensões de peneiros. Nestes casos, a incerteza deve ser estimada com base na distribuição retangular.

Os métodos de ensaio podem ainda quantificar explicitamente certas fontes de incerteza, como por exemplo o critério de massa constante na determinação do teor em água (0,1 % da massa inicial do provete) e a massa do material retido em cada peneiro no ensaio de análise granulométrica pelo método de peneiração (não mais de 1 % da massa do material retido durante 1 minuto de peneiração).

Nalguns casos, o laboratório poderá necessitar de realizar ensaios adicionais, mesmo que expeditos, para obter mais informação relativamente aos valores a adotar na estimativa da incerteza de determinadas fontes como, por exemplo, a influência de condições de temperatura e humidade. Em particular, isto poderá ser mais importante quando um componente se encontra dependente de outro valor medido, mas que não está incluído explicitamente na equação da mensuranda, como é exemplo o caso da relação que existe entre o *CBR* e o teor em água do solo.

É muito importante ter em conta que, quando a incerteza for calculada com base na incerteza de outro ensaio ou a partir de um valor especificado (por exemplo num certificado de calibração), este cálculo deve ser efetuado dividindo a incerteza expandida reportada pelo correspondente fator de expansão.

Em determinados casos, admite-se que dados da repetibilidade e reprodutibilidade do método de ensaio possam ser considerados como fontes de incerteza. Estes dados podem ser provenientes das normas, de avaliações efetuadas pelo próprio laboratório ou de ensaios de aptidão em que o laboratório tenha participado. Se tal for possível e recomendável, a incerteza padrão pode ser calculada diretamente pelo desvio-padrão, quer da repetibilidade quer da reprodutibilidade, ou admitindo simplificadaamente a distribuição que melhor corresponda à metodologia da sua avaliação.

### Exemplo

Tendo em conta o exposto anteriormente, as incertezas padrão ( $u_i$ ) a considerar na determinação do teor em água são:

$u_b(m)$  – Balança

$u_w(m)$  – Correntes de convecção

$u_a(m)$  – Absorção no arrefecimento

$u_{cm}(m)$  – Massa constante

Desta forma, a expressão para a determinação do teor em água incorporando as incertezas padrão é:

$$w = \frac{(m_1 \pm u_b) - (m_2 \pm u_b \pm u_w \pm u_a \pm u_{cm})}{(m_2 \pm u_b \pm u_w \pm u_a \pm u_{cm}) - (m_c \pm u_b)} \times 100$$

Veja-se, em seguida, a quantificação de cada uma das incertezas padrão:

- A incerteza padrão associada à balança  $u_b(m)$ , pode ser obtida a partir do erro máximo admissível considerado no critério de aceitação da calibração. Considera-se que as três pesagens são efetuadas numa só balança. Trata-se de uma incerteza do tipo B e admite-se que a distribuição é retangular, com número de graus de liberdade de 50. Considerando por hipótese que  $U_b(m) = 0,05$  g (por exemplo, o erro máximo admissível considerado para

o critério de aceitação, tendo em conta a resolução da balança), então:  $u_b(m) = 0,05/\sqrt{3} = 0,02887$  g.

- O efeito das correntes de convecção é, em princípio, muito diminuto. Uma estimativa desta componente pode ser de 0,004 g (cerca de 0,01 % da massa do provete seco). Significa que a variação de valores se enquadra num intervalo de 0 a 0,004 g ( $U_w(m) = 0,002$  g). Trata-se de uma incerteza do tipo B e a distribuição é retangular, com número de graus de liberdade de 50. Assim:  $u_w(m) = 0,002/\sqrt{3} = 0,00115$  g.
- A absorção de água é, em geral, muito pequena. Pode ser estimada uma variação de 0 a 0,01 g (cerca de 0,04 % da massa do provete seco), o que significa que  $U_a(m) = 0,005$  g. Trata-se de uma incerteza do tipo B e admite-se que a distribuição é retangular, com número de graus de liberdade de 50. Desta forma:  $u_a(m) = 0,005/\sqrt{3} = 0,00289$  g.
- Para garantir massa constante, a norma EN ISO 17892-1 indica que a diferença entre pesagens efetuadas a intervalos de pelo menos 1 hora seja inferior a 0,1 % da massa inicial do provete. O valor de 53,68 g obtido no ensaio para o recipiente com o provete húmido dá o valor para o provete húmido de 30,90 g e, conseqüentemente, o valor estimado de 0,0309 g no máximo. Como este valor pode variar entre 0 e 0,0309 g, tem-se que  $U_{cm}(m) = 0,0154$  g. Trata-se de uma incerteza do tipo B e a distribuição é retangular, com número de graus de liberdade de 50. Conseqüentemente:  $u_{cm}(m) = 0,0154/\sqrt{3} = 0,00889$  g.

Na prática,  $u_a(m)$  e  $u_w(m)$  poderiam ser omitidas porque é razoável considerar que têm um efeito desprezável no cálculo da incerteza de medição combinada. No entanto, considerou-se importante que, por motivos pedagógicos, fossem incluídas no presente exemplo.

#### Passo 4 – Cálculo da incerteza combinada

O cálculo da incerteza combinada – incerteza padrão da grandeza objeto de medição  $u(y)$  – consiste na aplicação da lei de propagação das incertezas, admitindo que a cada uma delas está agora associada uma distribuição normal. Na hipótese de que todas as fontes de incerteza são independentes, hipótese que foi recomendada no passo 2 e que se traduz em dizer que é nula a correlação entre as fontes de incerteza, a lei de propagação das incertezas tem a seguinte expressão mais simplificada:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\delta f}{\delta x_i} \right)^2 u_i^2 \quad (4)$$

Admitindo que

$$c_i = \frac{\delta f}{\delta x_i} \quad (5)$$

então a incerteza combinada resulta simplesmente da aplicação da expressão:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^n c_i^2 u_i^2 \quad (6)$$

Isto quer dizer que o quadrado da incerteza padrão do resultado da medição  $u(y)$  resulta da soma dos quadrados das  $n$  incertezas padrão das grandezas de entrada  $u_i(x_i)$ , ponderados pelos respetivos pesos ou fatores de ponderação que se designam por coeficientes de sensibilidade  $c_i$ .

Quando existe uma relação simples (linear) entre uma variação no valor medido e a correspondente variação no valor final, isso significa que o coeficiente de sensibilidade é 1. Veja-se, como exemplo, o caso da medição do perímetro da secção transversal de um provete circular ( $P = \pi d$ ) em que a variação de 1 % no diâmetro conduz a uma variação igual no valor do perímetro. No entanto, nem sempre se tem uma relação desta natureza pelo que é necessário proceder à determinação do coeficiente de sensibilidade associado a cada incerteza padrão. Para o mesmo exemplo, se estiver a ser calculada a área da secção do provete, já não se verifica uma relação direta ou linear entre a medição do diâmetro e a área resultante ( $A = \pi d^2/4$ ). Para este caso, a variação de 1 % no diâmetro leva a uma variação de 2 % no valor da área. Deste modo, o coeficiente de sensibilidade é de 2.

A determinação do coeficiente de sensibilidade associado a uma incerteza padrão pode basear-se diretamente no cálculo analítico da derivada parcial, se for conhecida expressamente a relação funcional que determina a mensuranda, ou no cálculo numérico baseado em pequenos incrementos. Em qualquer caso, o processo utilizado deve conduzir a que a incerteza final seja expressa nas mesmas unidades que o resultado a reportar. Relativamente ao método numérico simplificado, de aplicação mais geral, descreve-se seguidamente os seus passos de cálculo:

- a) registar um conjunto de dados e calcular o resultado;
- b) somar um pequeno incremento a apenas um dos dados, mantendo os restantes constantes. Recalcular o resultado;
- c) subtrair o resultado obtido em (b) ao primeiro resultado obtido em (a). Dividir este valor pelo valor do incremento adotado;
- d) repetir este processo, de (a) a (c), para cada medição associada ao resultado (restantes dados).

**Exemplo****Método numérico**

Na determinação do teor em água, um laboratório determina os valores das massas húmida e seca de um provete de ensaio, conforme indicado a seguir:

**Passo (a)**

$$\text{Teor em água (\%)} = \frac{m_1 - m_2}{m_2 - m_c} \times 100$$

Massa do recipiente e do provete de ensaio húmido ( $m_1$ ) = 53,68 g

Massa do recipiente e do provete de ensaio seco ( $m_2$ ) = 47,92 g

Massa do recipiente ( $m_c$ ) = 22,78 g

$$\text{Teor em água (\%)} = \frac{53,68 - 47,92}{47,92 - 22,78} \times 100 = 22,91169$$

**Passo (b)**

Com um pequeno incremento de 0,01 g somado à massa do recipiente com o provete húmido, calcular o novo valor de massa do recipiente com o provete húmido, isto é 53,68 g + 0,01 g = 53,69 g. Calcular então o novo valor de teor em água, isto é 22,95417 %

**Passo (c)**

A diferença no teor em água é 22,95417 – 22,91169 = 0,03978 %

O valor do coeficiente de sensibilidade calculado é então  $c_{m_1} = 0,03978/0,01 = 3,978$

A unidade do coeficiente de sensibilidade é %g<sup>-1</sup>.

**Passo (d)**

Do mesmo modo, o valor do coeficiente de sensibilidade considerando o mesmo incremento para  $m_c$  é 0,912 ( $c_{m_c}$ ) e para  $m_2$  é -4,887 ( $c_{m_2}$ ).

**Método analítico**

Os coeficientes de sensibilidade, em %g<sup>-1</sup>, são calculados com base nas derivadas parciais em relação aos dados das massas obtidos no ensaio:

$$c_{m_1} = \frac{\delta f}{\delta m_1} = \frac{1}{m_2 - m_c} \times 100 = \frac{1}{47,92 - 22,78} \times 100 = 3,97772 \text{ g}^{-1}$$

$$c_{m_2} = \frac{\delta f}{\delta m_2} = -\frac{m_c - m_1}{(m_2 - m_c)^2} \times 100 = \frac{22,78 - 53,68}{(47,92 - 22,78)^2} \times 100 = -4,88714 \text{ g}^{-1}$$

$$c_{m_c} = \frac{\delta f}{\delta m_c} = \frac{m_1 - m_2}{(m_2 - m_c)^2} \times 100 = \frac{53,68 - 47,92}{(47,92 - 22,78)^2} \times 100 = 0,91173 \text{ g}^{-1}$$

Em resumo, uma vez calculados os coeficientes de sensibilidade  $c_i$  para cada componente da incerteza, o cálculo da incerteza combinada passa pelos seguintes passos intermédios:

- 1) para cada componente de incerteza, calcular o valor  $c_i u_i$  multiplicando a incerteza padrão  $u_i$  pelo coeficiente de sensibilidade  $c_i$ ;
- 2) calcular o quadrado dos valores  $c_i u_i$  de modo a expressá-los em termos de uma variância;
- 3) somar os valores individuais da variância de cada componente, de modo a obter o total das variâncias  $u^2(y)$ ;
- 4) calcular a raiz quadrada da soma das variâncias para cada componente, obtendo-se a incerteza combinada para o resultado do ensaio  $u(y)$ .

### Exemplo

Tendo em conta as incertezas padrão e os coeficientes de sensibilidade obtidos, o cálculo da incerteza combinada da grandeza teor em água é estruturado da seguinte forma:

#### Passo 1

$$c_{m1} u_b = 3,978 \times 0,02887 = 0,11483$$

$$c_{m2} u_b = -4,887 \times 0,02887 = 0,14108$$

$$c_{m2} u_w = -4,887 \times 0,00115 = 0,00564$$

$$c_{m2} u_a = -4,887 \times 0,00289 = 0,01411$$

$$c_{m2} u_{cm} = -4,887 \times 0,00889 = 0,04345$$

$$c_{mc} u_b = 0,912 \times 0,02887 = 0,02632$$

#### Passo 2

$$(c_{m1} u_b)^2 = (0,11483)^2 = 0,01319$$

$$(c_{m2} u_b)^2 = (0,14108)^2 = 0,01990$$

$$(c_{m2} u_w)^2 = (0,00564)^2 = 0,00003$$

$$(c_{m2} u_a)^2 = (0,01411)^2 = 0,00020$$

$$(c_{m2} u_{cm})^2 = (0,04345)^2 = 0,00189$$

$$(c_{mc} u_b)^2 = (0,02632)^2 = 0,00069$$

#### Passo 3

$$u^2(y) = 0,01319 + 0,01990 + 0,00003 + 0,00020 + 0,00189 + 0,00069 = 0,03590$$

#### Passo 4

$$u(y) = \sqrt{0,22282} = 0,18947 \%$$

### Passo 5 – Cálculo da incerteza expandida

Finalmente, a incerteza final da medição é a incerteza expandida  $U(y)$  que resulta da multiplicação da incerteza combinada por um fator de expansão ( $k$ ):

$$U = k u(y) \quad (7)$$

O fator de expansão traduz o grau de confiança desejado para o intervalo dentro do qual se pretende encontrar o valor da mensuranda. O seu valor está associado à distribuição estatística *t-Student* e é função do número de graus de liberdade ( $\nu'$ ) e do limite do intervalo de confiança que se está a considerar.

O número de graus de liberdade é o valor inteiro calculado com base na incerteza padrão  $u_i$  e no número de graus de liberdade  $\nu_i$  associados a cada fonte de incerteza, obtido através da expressão de *Welch-Satterthwaite*:

$$\nu' = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{(c_i u_i)^4}{\nu_i}} \quad (8)$$

Caso o valor calculado de  $\nu'$  não seja inteiro, então deve ser utilizado o valor truncado para o inteiro mais baixo.

Para um certo limite do intervalo de confiança e conhecendo o número de graus de liberdade é possível saber-se o fator de expansão associado, por exemplo, através da distribuição *t-Student* [6]. O Quadro 1 apresenta os valores de  $tp(\nu)$  da distribuição *t-Student* para graus de liberdade  $\nu$  que define um intervalo de  $-tp(\nu)$  a  $+tp(\nu)$  englobando a fração  $p$  da distribuição. De um modo geral, o intervalo de confiança a considerar na estimativa da incerteza de medição é de 95 %. Assim, para este intervalo de confiança e para um número elevado de graus de liberdade (distribuição normal), o fator de expansão tende para 2, valor que pode ser adotado numa abordagem simplificada. No caso do cálculo ser efetuado através do programa Excel da Microsoft, de utilização bastante generalizada, existe a possibilidade de utilizar automaticamente a função inversa da distribuição *t-Student*: “=INVT(0,0455; $\nu'$ )” ou “=TINV(0,0455; $\nu'$ )” consoante se utilize a versão portuguesa ou a versão inglesa, respetivamente, e para o intervalo de confiança de 95 % como exemplo (relembra-se que  $\nu'$  é o número de graus de liberdade).

**Exemplo**

A aplicação da expressão de *Welch-Satterthwaite* permite calcular o número de graus de liberdade:

$$v' = \frac{(0,18947)^4}{\frac{(0,11483)^4}{50} + \frac{(0,14108)^4}{50} + \frac{(0,00564)^4}{50} + \frac{(0,01411)^4}{50} + \frac{(0,04345)^4}{50} + \frac{(0,02632)^4}{50}} = 112$$

O número de graus de liberdade a considerar deve ser 112. A consulta do quadro do Anexo mostra que para este valor o fator de expansão associado ao nível de confiança de 95 % é 2,00.

Finalmente, a incerteza expandida é:

$$U = 2,00 \times 0,18947 = 0,37895 \%$$

Tendo em conta o arredondamento que a norma especifica para o teor em água então:

$$U(y) = 0,4 \%$$

**Quadro 1 – Valores de  $t_p(\nu)$  da distribuição *t-Student* para graus de liberdade  $\nu$  que define um intervalo de  $-t_p(\nu)$  a  $+t_p(\nu)$  englobando a fração  $p$  da distribuição.**

Graus de liberdade $\nu$	Fração $p$ em percentagem					
	68,27 <sup>(a)</sup>	90,00	95,00	95,45 <sup>(a)</sup>	99,00	99,73 <sup>(a)</sup>
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,8
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
11	1,05	1,80	2,20	2,25	3,11	3,85
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
13	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69
14	1,04	1,76	2,14	2,20	2,98	3,64
15	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
17	1,03	1,74	2,11	2,16	2,90	3,51
18	1,03	1,73	2,10	2,15	2,88	3,48
19	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30	1,02	1,70	2,04	2,09	2,75	3,27
35	1,01	1,70	2,03	2,07	2,72	3,23
40	1,01	1,68	2,02	2,06	2,70	3,20
45	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,660	1,984	2,025	2,626	3,077
∞	1,000	1,645	1,96	2,000	2,576	3,000

<sup>(a)</sup> Para uma quantidade  $z$  seguindo uma distribuição normal com valor esperado  $\mu_z$  e desvio-padrão  $\sigma$ , o intervalo  $\mu_z \pm k\sigma$  engloba  $p = 68,27; 95,45$  e  $99,73$  por cento da distribuição para  $k = 1, 2$  e  $3$  respectivamente.

## 5 APRESENTAÇÃO DA INCERTEZA

O valor da mensuranda ( $y$ ) é associado à estimativa da sua incerteza de medição  $U(y)$  da seguinte forma:

$$y \pm U(y) \quad (9)$$

O resultado do ensaio deve ser apresentado com o arredondamento e o número de algarismos significativos apropriado ou de acordo com as diretivas do procedimento de ensaio indicado na norma ou especificação. Da mesma forma, a estimativa de incerteza da medição é apresentada na mesma unidade e arredondamento do resultado do ensaio.

O laboratório deve arredondar a melhor estimativa do resultado,  $y$ , e a incerteza expandida,  $U$ , de acordo com as regras usuais de arredondamento. No entanto, o laboratório pode optar por arredondar sempre por excesso, com dois algarismos significativos no máximo.

Sendo necessária a apresentação formal da incerteza de medição, por exemplo no relatório de ensaio, recomenda-se indicar sempre o fator de expansão utilizado e se este é um valor nominal ou se é resultado de cálculo (associado ao cálculo do número de graus de liberdade), bem como apresentar o nível de confiança associado, geralmente para 95 % de confiança. No entanto, esta informação é apenas um exemplo daquilo que se considera ser a informação básica necessária para fundamentar o resultado da estimativa da incerteza. A decisão sobre a forma e o conteúdo de apresentação desta ou de outra informação adicional, deve ser sempre ponderada caso a caso no enquadramento respetivo.

### Exemplo

Teor em água:  $(22,9 \pm 0,4) \% *$

\* A incerteza expandida apresentada é igual à incerteza padrão combinada multiplicada por um fator de expansão  $k$  igual a 2, o que, para uma distribuição normal, corresponde a um nível de confiança aproximadamente igual a 95 %.

Quando o relatório de ensaio indicar dados de amostragem e dados analíticos e apenas seja estimada a incerteza referente à etapa analítica, deverá ser indicado que o cálculo de incerteza não incluí a etapa da amostragem.

RELACRE, Lisboa, maio de 2025.

## APÊNDICE I – SOLOS. ENSAIO DE DETERMINAÇÃO DO TEOR EM ÁGUA

### PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA

A determinação do teor em água de solos apresentado neste exemplo segue o método de ensaio da norma EN ISO 17892-1:2014.

Na determinação do teor em água de uma amostra de solo, a mensuranda é o teor em água ( $w$ ) expressa em percentagem através da seguinte expressão apresentada na norma:

$$\text{Teor em água (\%)} = \frac{m_1 - m_2}{m_2 - m_c} \times 100$$

em que:

$m_1$  – massa do recipiente e do provete de ensaio húmido

$m_2$  – massa do recipiente e do provete de ensaio seco

$m_c$  – massa do recipiente

As unidades e arredondamentos a utilizar em todas as grandezas devem ser os indicados na norma de ensaio.

### PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA

As fontes de incerteza a considerar na determinação do teor em água são:

- exatidão da balança associada à pesagem do recipiente e do provete de ensaio húmido ( $u_{b,m1}$ )
- exatidão da balança associada à pesagem do recipiente e do provete de ensaio seco ( $u_{b,m2}$ )
- exatidão da balança associada à pesagem do recipiente ( $u_{b,mc}$ )
- correntes de convecção que possam afetar a determinação da massa seca quando uma amostra ainda quente é pesada, particularmente numa balança analítica ( $u_w$ )
- absorção de humidade durante o arrefecimento ( $u_a$ )
- garantia da massa constante ( $u_{cm}$ )

Estas fontes são apresentadas nas células do ficheiro do exemplo com cor amarela.

### PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA

Neste passo, a quantificação final da incerteza padrão de cada fonte de incerteza passou primeiramente pela identificação do tipo de incerteza, tipo de distribuição estatística e os respectivos fator de distribuição e número de graus de liberdade que lhe estão associados. Dada a natureza das fontes de incerteza, todas foram consideradas de tipo B com distribuição retangular. Considerou-se sempre o fator de distribuição de  $\sqrt{3}$  e o número de graus de liberdade de 50.

Todos os dados admitidos e calculados até à quantificação da incerteza padrão das fontes de incerteza são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor verde.

### PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA

No cálculo dos coeficientes de sensibilidade adotou-se o método numérico baseado em pequenos incrementos. O cálculo da incerteza combinada passou pela aplicação direta da lei de propagação das incertezas.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza combinada são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor castanha.

### PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

O fator de expansão adotado teve em conta o valor do número de graus de liberdade calculado pela fórmula de *Welch-Satterthwaite*. Adotou-se o intervalo de confiança de 95 %. O fator de expansão foi obtido recorrendo à função estatística disponível no Microsoft Excel para este efeito.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza expandida de medição são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor azul.

Os resultados são apresentados nas células do ficheiro do exemplo a cor cinzenta de tonalidade mais escura.

Passo 2 Fontes de incerteza	Passo 3 Tipo de incerteza	Passo 3 Tipo de distribuição	Passo 3 Fator de distribuição	Passo 3 Incerteza-padrão ( $u_i$ )	Passo 3 Número de graus de liberdade ( $\nu_i$ )	Passo 4 Coeficientes de sensibilidade ( $c_i$ )	Passo 4 Incerteza combinada ( $u(y)$ )	Passo 5 Número de graus de liberdade ( $\nu$ ) e fator de expansão ( $k$ )	Passo 5 Incerteza expandida (U)	DADOS	RESULTADOS
--------------------------------	------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	---------------------------------------	---	--	---	---	------------------------------------	-------	------------

ESTIMATIVA DA INCERTEZA DO TEOR EM ÁGUA (EN ISO 17892-1:2014)

Dados e cálculos

Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nas pesagens		
				$m_c$	$m_1$	$m_2$
Massa do recipiente (g)	$m_c$	22,78	0,01	22,79	22,78	22,78
Massa do recipiente e do provete de ensaio húmido (g)	$m_1$	53,68	0,01	53,68	53,69	53,68
Massa do recipiente e do provete de ensaio seco (g)	$m_2$	47,92	0,01	47,92	47,92	47,93
Massa da água (g)		5,76		5,76	5,77	5,75
Massa do provete seco (g)		25,14		25,13	25,14	25,15
Teor em água (%)		22,91169		22,92081	22,95147	22,86282
Resultado arredondado (%)		22,9				

Estimativa da incerteza

Medidas efetuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Fator de distribuição	$U_i$	$u_i$	Número de graus de liberdade ( $\nu_i$ )	$c_i$	$c_i u_i$	$(c_i u_i)^2$
Massa do recipiente	Balança ( $m_c$ )	$u_{b,mc}$	B	Retangular	1,7321	0,050	0,02887	50	0,912	0,02632	0,00069
Massa do recipiente e do provete de ensaio húmido	Balança ( $m_1$ )	$u_{b,m1}$	B	Retangular	1,7321	0,050	0,02887	50	3,978	0,11483	0,01319
Massa do recipiente e do provete de ensaio seco	Balança ( $m_2$ )	$u_{b,m2}$	B	Retangular	1,7321	0,050	0,02887	50	-4,887	-0,14108	0,01990
	Correntes de convecção	$u_w$	B	Retangular	1,7321	0,002	0,00115	50	-4,887	-0,00564	0,00003
	Absorção	$u_a$	B	Retangular	1,7321	0,005	0,00289	50	-4,887	-0,01411	0,00020
	Massa constante	$u_{cm}$	B	Retangular	1,7321	0,0154	0,00889	50	-4,887	-0,04345	0,00189

Resultados

Teor em água		22,9 %
Incerteza expandida	±	0,4 %
Nível de confiança		95 %
Fator de expansão		2,00

$u^2(y) =$	0,03590
$u(y) =$	0,18947
$\nu =$	112
$k =$	2,00
$U = \pm$	0,37895

Observações e comentários

--

## APÊNDICE II – SOLOS. ENSAIO DE COMPACTAÇÃO

### PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA

O ensaio de compactação permite conhecer a baridade seca máxima e o teor em água ótimo de um solo compactado através da curva de compactação traçada com base na compactação de 6 provetes segundo a especificação LNEC E 197–1966.

Para cada provete compactado, as mensurandas a considerar neste ensaio são a baridade seca, também designada por massa volúmica seca ( $\gamma_d$ ), e o teor em água ( $w$ ).

Relativamente à massa volúmica seca, o seu valor é dado pela seguinte expressão:

$$\gamma_d = \frac{m_5 - m_4}{V} \frac{100}{1 + w}$$

em que:

$m_4$  – massa do molde

$m_5$  – massa do molde e do provete húmido

$V$  – volume do molde

Relativamente ao teor em água ( $w$ ), expresso em percentagem, a expressão é a que foi apresentada no Apêndice I, segundo a norma EN ISO 17892-1:2014.

As unidades e arredondamentos a utilizar em todas as grandezas devem ser os indicados na especificação de ensaio.

### PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA

As fontes de incerteza a considerar na determinação da massa volúmica seca são:

- exatidão da balança associada à pesagem do molde ( $u_{b,m4}$ )
- exatidão da balança associada à pesagem do molde e do provete húmido ( $u_{b,m5}$ )
- exatidão do instrumento de medição para conhecimento das dimensões do molde cilíndrico necessárias ao cálculo do volume – diâmetro e altura ( $u_{v1}$ )
- teor em água da massa de solo ( $u_{wa}$ )
- energia de compactação aplicada pelo sistema utilizado no ensaio ( $u_{E1}$ )

Estas fontes são apresentadas nas células do ficheiro do exemplo com cor amarela.

### PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA

Neste passo, a quantificação final da incerteza padrão de cada fonte de incerteza passou primeiramente pela identificação do tipo de incerteza, tipo de distribuição estatística e os respectivos fator de distribuição e número de graus de liberdade que lhe estão associados. Dada a natureza das fontes de incerteza, todas foram consideradas de tipo B com distribuições retangular e triangular, com fatores de distribuição de  $\sqrt{3}$  e  $\sqrt{6}$ , respetivamente, e número de graus de liberdade de 50.

Todos os dados admitidos e calculados até à quantificação da incerteza padrão das fontes de incerteza são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor verde.

### PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA

No cálculo dos coeficientes de sensibilidade adotou-se o método numérico baseado em pequenos incrementos. O cálculo da incerteza combinada passou pela aplicação da lei de propagação das incertezas.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza combinada são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor castanha.

### PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

O fator de expansão adotado teve em conta o valor do número de graus de liberdade calculado pela fórmula de *Welch-Satterthwaite*. Adotou-se o intervalo de confiança de 95 %. O fator de expansão foi obtido recorrendo à função estatística disponível no Microsoft Excel para este efeito.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza expandida de medição são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor azul.

Os resultados são apresentados nas células do ficheiro do exemplo a cor cinzenta de tonalidade mais escura.

Passo 2	Passo 3	Passo 3	Passo 3	Passo 3	Passo 3	Passo 4	Passo 4	Passo 5	Passo 5	DADOS	RESULTADOS
Fontes de incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Fator de distribuição	Incerteza-padrão (u)	Número de graus de liberdade (v)	Coefficientes de sensibilidade (c)	Incerteza combinada (u(y))	Número de graus de liberdade (v) e fator de expansão (k)	Incerteza expandida (U)		

ESTIMATIVA DA INCERTEZA DO TEOR EM ÁGUA E DA MASSA VOLUMICA SECA DO ENSAIO DE COMPACTAÇÃO (LNEC E 197-1967)

Dados e cálculos (teor em água)

Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nas pesagens		
				m <sub>1</sub>	m <sub>2</sub>	m <sub>3</sub>
Massa do recipiente (g)	m <sub>1</sub>	60,56	0,1	60,66	60,56	60,56
Massa do recipiente e do provete húmido (g)	m <sub>2</sub>	180,12	0,1	180,12	180,22	180,12
Massa do recipiente e do provete seco (g)	m <sub>3</sub>	171,03	0,1	171,03	171,03	171,13
Massa da água (g)		9,09		9,09	9,19	8,99
Massa do provete seco (g)		110,47		110,37	110,47	110,57
Teor em água (%)		8,22848		8,23593	8,31900	8,13060
Resultado arredondado (%)		8,2				

Cálculos auxiliares: volume do molde

Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nos volumes	
				V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>
Diâmetro do molde (cm)	d	15,05	0,01	15,06	15,05
Altura do molde (cm)	h	11,21	0,01	11,21	11,22
Volume do molde (cm <sup>3</sup> )	V	1994,198999		1996,849977	1995,977945

Cálculos auxiliares: energia de compactação pesada (275 pancadas)

(g=9,81 cm/s<sup>2</sup>)

Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nos volumes	
				V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>
Massa do pilão (kg)	m <sub>1</sub>	4,54	0,004	4,544	4,540
Altura de queda do pilão (m)	h <sub>1</sub>	0,457	0,001	0,457	0,458
Energia de compactação (N.m.275)	E	5597,237745		5602,169232	5609,48553

Dados e cálculos (massa volumica)

Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo das variações nas massas volumicas				
				a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
Massa do molde (g)	m <sub>1</sub>	3100	1	3101	3100	3100	3100	3100
Massa do molde e do provete húmido (g)	m <sub>2</sub>	6700	1	6700	6701	6700	6700	6700
Volume do molde (cm <sup>3</sup> )	v	1994	0,872032293	1994	1994	1995	1995	1995
Teor em água (%)	w	8,2	0,774	8,228	8,228	8,228	8,228	9,002
Energia de compactação (N.m.275)	E	5597,2	7,316	5597,2	5597,2	5597,2	5597,2	5597,2
Massa do provete húmido (g)		3600		3601	3601	3600	3600	3600
Massa volumica húmida (g/cm <sup>3</sup> )		1,805		1,805	1,806	1,804	1,804	1,804
Massa volumica seca (g/cm <sup>3</sup> )		1,668		1,668	1,668	1,667	1,655	1,655

Estimativa da incerteza do teor em água

Medidas efectuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Fator de distribuição	U <sub>i</sub>	u <sub>i</sub>	Número de graus de liberdade (v <sub>i</sub> )	c <sub>i</sub>	c <sub>i</sub> u <sub>i</sub>	(c <sub>i</sub> u <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>
Massa do recipiente	Balança (m <sub>1</sub> )	u <sub>b,m1</sub>	B	Retangular	1,7321	0,500	0,29868	50	0,075	0,02152	0,00046
Massa do recipiente e do provete húmido	Balança (m <sub>2</sub> )	u <sub>b,m2</sub>	B	Retangular	1,7321	0,500	0,29868	50	0,905	0,28132	0,06829
Massa do recipiente e do provete seco	Balança (m <sub>3</sub> )	u <sub>b,m3</sub>	B	Retangular	1,7321	0,500	0,29868	50	-0,979	-0,28256	0,07984
	Correntes de convecção	u <sub>c</sub>	B	Retangular	1,7321	0,020	0,01155	50	-0,979	-0,01130	0,00019
	Absorção	u <sub>a</sub>	B	Retangular	1,7321	0,050	0,02897	50	-0,979	-0,02826	0,00080
	Massa constante	u <sub>m</sub>	B	Retangular	1,7321	0,0154	0,00889	50	-0,979	-0,00870	0,00008

Resultados do teor em água

Teor em água	8,2 %
Incerteza expandida	± 0,8 %
Nível de confiança	95 %
Fator de expansão	2,00

u <sup>2</sup> (y)=	0,14959
u(y)=	0,38677
v=	101
k=	2,00
U=	0,77354

Estimativa da incerteza da massa volumica seca

Medidas efectuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Fator de distribuição	U <sub>i</sub>	u <sub>i</sub>	Número de graus de liberdade (v <sub>i</sub> )	c <sub>i</sub>	c <sub>i</sub> u <sub>i</sub>	(c <sub>i</sub> u <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>
Volume do molde	Molde (v <sub>1</sub> )	u <sub>v,1</sub>	B	Retangular	1,7321	0,87203	0,50347	50	0,01440	0,0072520	0,00005
Energia de compactação	Pilão (E <sub>1</sub> )	u <sub>e,1</sub>	B	Triangular	2,4495	7,32	2,98687	50	0,00000005	0,0000002	0,00000
Massa do molde	Balança (m <sub>1</sub> )	u <sub>b,m1</sub>	B	Retangular	1,7321	1,00	0,57735	50	0,00046	0,0002675	0,00000
Massa do molde e do provete húmido	Balança (m <sub>2</sub> )	u <sub>b,m2</sub>	B	Retangular	1,7321	1,00	0,57735	50	0,000	0,0002675	0,00000
Porcentagem de água	Determin. do teor em água	u <sub>w,s</sub>	B	Retangular	1,7321	0,77	0,44661	50	-0,016	-0,0072520	0,00005

Resultados da massa volumica seca

Massa volumica seca	1,67 g/cm <sup>3</sup>
Incerteza expandida	± 0,02 g/cm <sup>3</sup>
Nível de confiança	95 %
Fator de expansão	2,00

u <sup>2</sup> (y)=	0,00011
u(y)=	0,01026
v=	100
k=	2,00
U=	0,02053

Observações e comentários

--

### APÊNDICE III – SOLOS. ENSAIO DE DETERMINAÇÃO DA BARIDADE SECA “IN SITU” PELO MÉTODO DA GARRAFA DE AREIA

#### PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA

A determinação da baridade seca “in situ” pelo método da garrafa de areia de solos apresentado neste exemplo segue o método de ensaio da especificação LNEC E 204–1967.

Em cada local, a mensuranda a considerar no ensaio é a baridade seca do solo ( $\gamma_d$ ) calculada com base na determinação prévia da baridade da areia ( $\gamma_a$ ) e do teor em água ( $w_a$ ).

A expressão de cálculo da baridade da areia ( $\gamma_a$ ) é a seguinte:

$$\gamma_a = \frac{m_1 - m_2 - m_3}{V_r}$$

em que:

$m_1$  – massa inicial da garrafa de areia

$m_2$  – constante da garrafa

$m_3$  – massa da garrafa com a areia remanescente

$V_r$  – volume do recipiente em calibração

A expressão de cálculo da baridade húmida do solo ( $\gamma_w$ ) é a seguinte:

$$\gamma_w = \left( \frac{m_4}{m_1 - m_5 - m_2} \right) \gamma_a$$

em que:

$m_4$  – massa do material escavado no furo

$m_5$  – massa da garrafa com a areia remanescente

Finalmente, a baridade seca do solo ( $\gamma_d$ ) é calculada através da seguinte expressão com base no valor do teor em água ( $w_a$ ):

$$\gamma_d = \gamma_w \frac{100}{100 + w_a}$$

Relativamente ao teor em água ( $w_a$ ), expresso em percentagem, a expressão de cálculo é a que foi apresentada no Apêndice I, segundo a norma EN ISO 17892-1:2014.

As unidades e arredondamentos a utilizar em todas as grandezas devem ser os indicados na especificação de ensaio.

## PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA

As fontes de incerteza a considerar na determinação da baridade seca “in situ” são:

- Massa inicial da garrafa com areia ( $u_{b,m1}$ )
- Constante da garrafa ( $u_{b,m2}$ )
- Massa da garrafa com a areia remanescente ( $u_{b,m3}$ ;  $u_{b,m5}$ )
- Volume do recipiente em calibração ( $u_{b,v}$ )
- Massa do material escavado no furo ( $u_{b,m4}$ )

Estas fontes são apresentadas nas células do ficheiro do exemplo com cor amarela.

## PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA

Neste passo, a quantificação final da incerteza padrão de cada fonte de incerteza passou primeiramente pela identificação do tipo de incerteza, tipo de distribuição estatística e os respetivos fator de distribuição e número de graus de liberdade que lhe estão associados. Dada a natureza das fontes de incerteza, todas foram consideradas de tipo B com distribuição retangular. Considerou-se sempre o fator de distribuição de  $\sqrt{3}$  e o número de graus de liberdade de 50.

Todos os dados admitidos e calculados até à quantificação da incerteza padrão das fontes de incerteza são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor verde.

## PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA

No cálculo dos coeficientes de sensibilidade adotou-se o método numérico baseado em pequenos incrementos. O cálculo da incerteza combinada passou pela aplicação direta da lei de propagação das incertezas.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza combinada são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor castanha.

## PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

O fator de expansão adotado teve em conta o valor do número de graus de liberdade calculado pela fórmula de *Welch-Satterthwaite*. Adotou-se o intervalo de confiança de 95 %. O fator de expansão foi obtido recorrendo à função estatística disponível no Microsoft Excel para este efeito.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza expandida de medição são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor azul.

Os resultados são apresentados nas células do ficheiro do exemplo a cor cinzenta de tonalidade mais escura.

<b>Passo 2</b> Fontes de incerteza	<b>Passo 3</b> Tipo de incerteza	<b>Passo 3</b> Tipo de distribuição	<b>Passo 3</b> Fator de distribuição	<b>Passo 3</b> Incerteza-padrão ( $u_i$ )	<b>Passo 3</b> Número de graus de liberdade ( $\nu_i$ )	<b>Passo 4</b> Coeficientes de sensibilidade ( $c_i$ )	<b>Passo 4</b> Incerteza combinada ( $u_c(y)$ )	<b>Passo 5</b> Número de graus de liberdade ( $\nu$ ) e fator de expansão ( $k$ )	<b>Passo 5</b> Incerteza expandida ( $U$ )	<b>DADOS</b>	<b>RESULTADOS</b>
---------------------------------------	-------------------------------------	--	---	--	--	---	--	--	---	--------------	-------------------

ESTIMATIVA DA INCERTEZA DA BARIDADE SECA "IN SITU" PELO MÉTODO DA GARRAFA DE AREIA (LNEC E 204-1967)

Baridade da areia

Dados e cálculos

Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nas pesagens				
				$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$V_r$
Massa inicial da garrafa com areia (g)	$m_1$	7500	1	7501	7500	7500	7500	7500
Constante da garrafa (g)	$m_2$	1469	1	1469	1470	1469	1469	1469
Massa da garrafa com a areia remanescente (g)	$m_3$	4233	1	4233	4233	4234	4233	4233
Voluma do recipiente em calibração (cm <sup>3</sup> )	$V_r$	1233,9336	1	1233,9336	1233,9336	1233,9336	1234,9336	1234,9336
Baridade da areia (g/cm <sup>3</sup> )	$\gamma_s$	1,4571		1,4579	1,4563	1,4563	1,4559	1,4559
Resultado arredondado (g/cm <sup>3</sup> )	$\gamma_w$	1,46						

Estimativa da incerteza

Medidas efectuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Factor de distribuição	$U_i$	$u_i$	Número de graus de liberdade ( $\nu_i$ )	$c_i$	$c_i u_i$	$(c_i u_i)^2$
Massa inicial da garrafa com areia (g)	Balança ( $m_1$ )	$u_{m1}$	B	Retangular	1,7321	5,0	2,88675	50	0,001	0,00234	0,0001
Constante da garrafa (g)	Balança ( $m_2$ )	$u_{m2}$	B	Retangular	1,7321	5,0	2,88675	50	-0,001	-0,00234	0,0001
Massa da garrafa com a areia remanescente (g)	Balança ( $m_3$ )	$u_{m3}$	B	Retangular	1,7321	5,0	2,88675	50	-0,001	-0,00234	0,0001
Voluma do recipiente em calibração (cm <sup>3</sup> )	Calibração	$u_{V_r}$	B	Normal			4,08551	50	-0,001	-0,00482	0,0002
$u^2(y) =$											
$u(y) =$											
$\nu =$											
$k =$											
$U =$											

Resultados

Baridade da areia	$\pm$	1,46 g/cm <sup>3</sup>
Incerteza expandida	$\pm$	0,01 g/cm <sup>3</sup>
Nível de confiança		95 %
Factor de expansão		2,00

Baridade húmida do solo

Dados e cálculos

Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nas pesagens				
				$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$\gamma_s$
Massa inicial da garrafa com areia (g)	$m_1$	7500	1	7501	7500	7500	7500	7500
Constante da garrafa (g)	$m_2$	1469	1	1469	1470	1469	1469	1469
Massa do material escavado no furo (g)	$m_3$	4835	1	4835	4835	4835	4835	4835
Massa da garrafa com a areia remanescente (g)	$m_4$	2761	1	2761	2761	2761	2762	2761
Baridade húmida do solo (g/cm <sup>3</sup> )	$\gamma_s$	1,46	0,01	1,46	1,46	1,47	1,47	1,47
Baridade húmida do solo (g/cm <sup>3</sup> )	$\gamma_w$	2,1545		2,1538	2,1552	2,1549	2,1700	2,1689
Resultado arredondado (g/cm <sup>3</sup> )		2,15						

Estimativa da incerteza

Medidas efectuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Factor de distribuição	$U_i$	$u_i$	Número de graus de liberdade ( $\nu_i$ )	$c_i$	$c_i u_i$	$(c_i u_i)^2$
Massa inicial da garrafa com areia (g)	Balança ( $m_1$ )	$u_{m1}$	B	Retangular	1,7321	5,0	2,88675	50	-0,001	-0,00190	0,0000
Constante da garrafa (g)	Balança ( $m_2$ )	$u_{m2}$	B	Retangular	1,7321	5,0	2,88675	50	0,001	0,00190	0,0000
Massa do material escavado no furo (g)	Balança ( $m_3$ )	$u_{m3}$	B	Retangular	1,7321	5,0	2,88675	50	0,000	0,00129	0,0000
Massa da garrafa com a areia remanescente (g)	Balança ( $m_4$ )	$u_{m4}$	B	Retangular	1,7321	5,0	2,88675	50	0,015	0,04460	0,00199
Baridade da areia (g/cm <sup>3</sup> )	Estimativa	$u_{\gamma_s}$					0,00630	50	1,479	0,00931	0,00009
$u^2(y) =$											
$u(y) =$											
$\nu =$											
$k =$											
$U =$											

Resultados

Baridade húmida do solo	$\pm$	2,15 g/cm <sup>3</sup>
Incerteza expandida	$\pm$	0,09 g/cm <sup>3</sup>
Nível de confiança		95 %
Factor de expansão		2,00

Baridade seca do solo

Dados e cálculos

Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nas pesagens	
				$\gamma_w$	w
Baridade húmida do solo (g/cm <sup>3</sup> )	$\gamma_w$	2,15	0,01	2,16	2,15
Teor em água (%)	w	22,9	0,1	22,9	23,0
Baridade seca do solo (g/cm <sup>3</sup> )		1,7531		1,7612	1,7516
Resultado arredondado (g/cm <sup>3</sup> )		1,75			

NOTA: Os valores do teor em água e da respetiva incerteza estimados no Exemplo 1 do Guia foram adotados neste exemplo.

Estimativa da incerteza

Medidas efectuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Factor de distribuição	$U_i$	$u_i$	Número de graus de liberdade ( $\nu_i$ )	$c_i$	$c_i u_i$	$(c_i u_i)^2$
Baridade húmida do solo (g/cm <sup>3</sup> )	Estimativa	$u_{\gamma_w}$					0,04566	50	0,814	0,03715	0,00138
Teor em água (%)	Estimativa	$u_w$					0,18947	50	-0,014	-0,00270	0,00001
$u^2(y) =$											
$u(y) =$											
$\nu =$											
$k =$											
$U =$											

Resultados

Baridade seca do solo	$\pm$	1,75 g/cm <sup>3</sup>
Incerteza expandida	$\pm$	0,07 g/cm <sup>3</sup>
Nível de confiança		95 %
Factor de expansão		2,00

Observações e comentários

--

## APÊNDICE IV – AGREGADOS. ENSAIO DE DETERMINAÇÃO DO EQUIVALENTE DE AREIA

### PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA

A determinação do equivalente de areia apresentado neste exemplo segue o método de ensaio da norma EN 933-8:2012+A1:2015. Com a determinação do equivalente de areia pretende-se quantificar o teor de finos, na fração 0/2 mm, de agregados finos e em agregados de granulometria extensa.

A mensuranda é o equivalente de areia de um agregado ( $SE(10)$ ) que consiste no cálculo da média (arredondada à unidade) dos valores de equivalente de areia obtidos em dois ensaios individuais realizados sobre o mesmo provete de ensaio (duplicados), arredondados à décima.

O valor de equivalente de areia ( $SE(10)$ ) obtido em cada ensaio é calculado pela altura do sedimento, expressa como uma percentagem da altura total do material floculado numa proveta cilíndrica, de acordo com a seguinte expressão:

$$SE(10) = \frac{h_2}{h_1} \times 100$$

Para tal, o método de ensaio descrito na norma prevê a realização de medições das alturas  $h_1$  e  $h_2$  com uma régua graduada:

$h_1$  – altura total do material floculado na proveta

$h_2$  – altura do sedimento na proveta

As unidades e arredondamentos a utilizar em todas as grandezas devem ser os indicados na norma de ensaio.

### PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA

As fontes de incerteza a considerar na determinação do equivalente de areia são:

- exatidão da régua utilizada para efetuar as medições ( $u_{rd}$ )
- incerteza de calibração da régua ( $u_{rc}$ )
- erro de paralaxe ( $u_o$ )
- estabilidade do método de ensaio ( $u_{me}$ )
- dilatação térmica da água ( $u_{md}$ )
- desvio-padrão experimental da amostra ( $u_{dp}$ )

Estas fontes são apresentadas nas células do ficheiro do exemplo com cor amarela.

### PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA

A quantificação final da incerteza padrão de cada fonte de incerteza passou primeiramente pela identificação do tipo de incerteza, tipo de distribuição estatística e os respectivos fatores de distribuição e o número de graus de liberdade que lhes estão associados.

Dada a natureza das fontes de incerteza identificadas, foram todas consideradas do tipo B. Adotou-se a distribuição retangular e o fator de distribuição  $\sqrt{3}$  para a maioria das fontes de incerteza, tendo-se considerado a distribuição normal e o fator de distribuição 1, apenas para as fontes de incerteza relacionadas com a calibração dos equipamentos. Considerou-se, simplificada, sempre o número de graus de liberdade de 50.

Para a quantificação da incerteza padrão relacionada com o uso da régua, considerou-se o valor da sua divisão e o respetivo certificado de calibração. Estimou-se como possível erro de paralaxe, por parte do operador, também o valor da divisão da régua. Considerou-se para o cálculo do efeito da dilatação térmica da água, o coeficiente de dilatação térmica da água a 20 °C, de 0,00021 °C<sup>-1</sup> e para a estabilidade do método uma variação também de 1 mm. Considerou-se ainda aceitável, face à experiência na realização deste ensaio, um desvio padrão experimental da amostra de 2.

Todos os dados admitidos e calculados até à quantificação da incerteza padrão das fontes de incerteza são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor verde.

### PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA

No cálculo dos coeficientes de sensibilidade adotou-se o método numérico baseado em pequenos incrementos. O cálculo da incerteza combinada passou pela aplicação da lei de propagação das incertezas.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza combinada são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor castanha.

### PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

O fator de expansão adotado teve em conta o valor do número de graus de liberdade calculado pela fórmula de *Welch-Satterthwaite*. Adotou-se o intervalo de confiança de 95 %. O fator de expansão foi obtido recorrendo à função estatística disponível no Microsoft Excel para este efeito.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza expandida de medição são apresentados nas células do ficheiro exemplo com tonalidade de cor azul.

Os resultados são apresentados nas células do ficheiro do exemplo a cor cinzenta de tonalidade mais escura.

<b>Passo 2</b> Fontes de incerteza	<b>Passo 3</b> Tipo de incerteza	<b>Passo 3</b> Tipo de distribuição	<b>Passo 3</b> Fator de distribuição	<b>Passo 3</b> Incerteza-padrão (u <sub>i</sub> )	<b>Passo 3</b> Número de graus de liberdade (v <sub>i</sub> )	<b>Passo 4</b> Coeficientes de sensibilidade (c <sub>i</sub> )	<b>Passo 4</b> Incerteza combinada (u <sub>c</sub> )	<b>Passo 5</b> Número de graus de liberdade (v <sub>c</sub> ) e fator de expansão (k)	<b>Passo 5</b> Incerteza expandida (U)	<b>DADOS</b>	<b>RESULTADOS</b>
---------------------------------------	-------------------------------------	--	---	--	--	---	---	--	---	--------------	-------------------

ESTIMATIVA DA INCERTEZA DO EQUIVALENTE DE AREIA (EN 933-8:2012+A1:2015)

Dados e cálculos (1 ensaio individual) - 1º Provete

Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nas medições	
				h1	h2
Altura total do material floculado na proveta (mm)	h <sub>1</sub>	124	0,5	125	124
Altura de sedimento de areia (mm)	h <sub>2</sub>	91	0,5	91	92
Equivalente de areia	SE(10) <sub>1</sub>	73,71		73,41	74,11
Resultado arredondado (a uma casa decimal)		73,7			
				-0,592045602	0,806451613

Dados e cálculos (1 ensaio individual) - 2º Provete

Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nas medições	
				h1	h2
Altura total do material floculado na proveta	h <sub>1</sub>	122	0,5	123	122
Altura de sedimento de areia (mm)	h <sub>2</sub>	90	0,5	90	91
Equivalente de areia	SE(10) <sub>2</sub>	74,10		73,80	74,51
Resultado arredondado (a uma casa decimal)		74,1			
				-0,604884577	0,819672131

Estimativa da incerteza do ensaio SE1

Medidas efetuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Fator de distribuição	U <sub>i</sub> (mm)	u <sub>i</sub>	Número de graus de liberdade (v <sub>i</sub> )	c <sub>i</sub>	c <sub>i</sub> u <sub>i</sub>	(c <sub>i</sub> u <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>
Altura total do material floculado na proveta (mm) - (h <sub>1</sub> )	Régua	Divisão	B	Retangular	1,7321	0,5	0,28868	50	-0,592	-0,17091	0,02921
	Calibração			Normal	1	0,29	0,29000	50	-0,592	-0,17169	0,02948
	Operador	Erro de paralaxe	B	Retangular	1,7321	0,5	0,28868	50	-0,592	-0,17091	0,02921
	Método			Estabilidade	B	Retangular	1,7321	0,5	0,28868	50	-0,592
Altura de sedimento de areia (mm) - (h <sub>2</sub> )	Régua	Divisão	B	Retangular	1,7321	0,5	0,28868	50	-0,592	-0,17091	0,02921
				Calibração	B	Retangular	1,7321	0,5	0,28868	50	-0,592
	Operador	Erro de paralaxe	B	Normal	1	0,29	0,29000	50	0,806	0,23280	0,05420
				Retangular	1,7321	0,5	0,28868	50	0,806	0,23387	0,05470
									0,806	0,23280	0,05420
$u^2(y) = 0,28091$ $u(y) = 0,53001$ $v = 320$ $k = 2,00$ $U = \pm 1,06002$											

Estimativa da incerteza do ensaio SE2

Medidas efetuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Fator de distribuição	U <sub>i</sub> (mm)	u <sub>i</sub>	Número de graus de liberdade (v <sub>i</sub> )	c <sub>i</sub>	c <sub>i</sub> u <sub>i</sub>	(c <sub>i</sub> u <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>
Altura total do material floculado na proveta (mm) - (h <sub>1</sub> )	Régua	Divisão	B	Retangular	1,7321	0,5	0,28868	50	-0,605	-0,17462	0,03049
				Calibração	Normal	1	0,29	0,29000	50	-0,605	-0,17542
	Operador	Erro de paralaxe	B	Retangular	1,7321	0,5	0,28868	50	-0,605	-0,17462	0,03049
				Método	Estabilidade	B	Retangular	1,7321	0,5	0,28868	50
Altura de sedimento de areia (mm) - (h <sub>2</sub> )	Régua	Divisão	B	Retangular	1,7321	0,5	0,28868	50	-0,605	-0,17462	0,03049
				Calibração	B	Retangular	1,7321	0,5	0,28868	50	-0,605
	Operador	Erro de paralaxe	B	Normal	1	0,29	0,29000	50	0,820	0,23662	0,05599
				Retangular	1,7321	0,5	0,28868	50	0,820	0,23770	0,05650
									0,820	0,23662	0,05599
$u^2(y) = 0,29144$ $u(y) = 0,53986$ $v = 321$ $k = 2,00$ $U = \pm 1,07971$											

\* Cálculo explicitado em baixo.

Estimativa da incerteza do ensaio SE (média de SE1 e SE2)

Medidas efetuadas	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Fator de distribuição	U <sub>i</sub>	u <sub>i</sub>	Número de graus de liberdade (v <sub>i</sub> )	c <sub>i</sub>	c <sub>i</sub> u <sub>i</sub>	(c <sub>i</sub> u <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>
SE(10) <sub>1</sub>	u <sub>SE(10)1</sub>					0,53001	50	0,5	0,26501	0,07023
SE(10) <sub>2</sub>	u <sub>SE(10)2</sub>					0,53986	50	0,5	0,26993	0,07286
Desvio padrão experimental da amostra**	u <sub>dp</sub>					2,00000	50	1,0	2,00000	4,00000
$u^2(y) = 4,14309$ $u(y) = 2,03546$ $v = 53$ $k = 2,00$ $U = \pm 4,07092$										

\*\* Considera-se que 2 é um valor razoável de dispersão entre dois ensaios individuais.

Resultados

Equivalente de areia SE(10)	[(SE(10) <sub>1</sub> +SE(10) <sub>2</sub> )/2]	74
Incerteza expandida	±	4
Nível de confiança		95 %
Fator de expansão		2,00

Observações e comentários

\*Dilatação térmica da água  
 C<sub>v</sub> - coeficiente de dilatação térmica água (20 °C) = 0,00021 °C<sup>-1</sup>  
 $\Delta V = V_1 \cdot C_v \cdot \Delta T$   
 $\Delta h = h_1 \cdot C_v \cdot \Delta T$   
 $\Delta T = 6^{\circ}C$  (23±  
 $\Delta h = 0,00021 \cdot 6 \cdot h_1$   
 $\pm 0,00126 \cdot h_1$   
 $U = (0,00126/2) \cdot h_1$   
 $U = (0,00063) \cdot h_1$

## APÊNDICE V – AGREGADOS. ENSAIO DE DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À FRAGMENTAÇÃO – LOS ANGELES

### PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA

A determinação da resistência à fragmentação pelo método de Los Angeles, apresentada neste exemplo, segue o método de ensaio da norma EN 1097-2. Neste ensaio, a mensuranda é o coeficiente de Los Angeles ( $LA$ ), adimensional, dado por:

$$LA = \frac{5000 - \text{massa retida no peneiro de 1,6 mm}}{50}$$

Segundo a norma, com base em várias medições, o cálculo do coeficiente de Los Angeles ( $LA$ ) é efetuado de acordo com a seguinte expressão:

$$LA = \frac{(m_2 - m_1) - (m_3 - m_1)}{(m_2 - m_1)} \times 100$$

em que:

$m_1$  – massa do recipiente

$m_2$  – massa do recipiente com o provete inicial

$m_3$  – massa do recipiente com o provete final

As unidades e arredondamentos a utilizar em todas as grandezas devem ser os indicados na norma de ensaio.

### PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA

As fontes de incerteza a considerar na determinação do coeficiente de Los Angeles são:

- exatidão da balança associada à pesagem do recipiente ( $u_{b,m1}$ )
- exatidão da balança associada à pesagem do recipiente e provete inicial ( $u_{b,m2}$ )
- exatidão da balança associada à pesagem do recipiente e provete final ( $u_{b,m3}$ )
- correntes de convecção que possam afetar a determinação da massa seca quando uma amostra ainda quente é pesada, particularmente numa balança analítica ( $u_w$ )
- garantia da massa constante ( $u_{cm}$ )
- repetibilidade (Anexo E da norma) ( $u_r$ )

Estas fontes são apresentadas nas células do ficheiro do exemplo com cor amarela. Outras grandezas, como por exemplo as associadas às características da máquina de ensaio e da carga abrasiva, uma vez que cumpram as especificações da norma, são consideradas com uma influência relativa muito reduzida pelo que se podem desprezar.

### PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA

Neste passo, a quantificação final da incerteza padrão de cada fonte de incerteza passou primeiramente pela identificação do tipo de incerteza, tipo de distribuição estatística e os respetivos fator de distribuição e número de graus de liberdade que lhe estão associados. Dada a natureza das fontes de incerteza, todas foram consideradas de tipo B com distribuição retangular. Considerou-se sempre o fator de distribuição de  $\sqrt{3}$  e o número de graus de liberdade de 50.

Todos os dados admitidos e calculados até à quantificação da incerteza padrão das fontes de incerteza são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor verde.

### PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA

No cálculo dos coeficientes de sensibilidade adotou-se o método numérico baseado em pequenos incrementos. O cálculo da incerteza combinada passou pela aplicação da lei de propagação das incertezas.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza combinada são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor castanha.

### PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

O fator de expansão adotado teve em conta o valor do número de graus de liberdade calculado pela fórmula de *Welch-Satterthwaite*. Adotou-se o intervalo de confiança de 95 %. O fator de expansão foi obtido recorrendo à função estatística disponível no Microsoft Excel para este efeito.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza expandida de medição são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor azul.

Os resultados são apresentados nas células do ficheiro do exemplo a cor cinzenta de tonalidade mais escura.

<b>Passo 2</b> Fontes de incerteza	<b>Passo 3</b> Tipo de incerteza	<b>Passo 3</b> Tipo de distribuição	<b>Passo 3</b> Fator de distribuição	<b>Passo 3</b> Incerteza-padrão ( $u_i$ )	<b>Passo 3</b> Número de graus de liberdade ( $\nu_i$ )	<b>Passo 4</b> Coeficientes de sensibilidade ( $c_i$ )	<b>Passo 4</b> Incerteza combinada ( $u(y)$ )	<b>Passo 5</b> Número de graus de liberdade ( $\nu$ ) e fator de expansão ( $k$ )	<b>Passo 5</b> Incerteza expandida ( $U$ )	<b>DADOS</b>	<b>RESULTADOS</b>
---------------------------------------	-------------------------------------	--	---	--	--	---	--	--	---	--------------	-------------------

ESTIMATIVA DA INCERTEZA DO LOS ANGELES (EN 1097-2:2020)

Dados e cálculos

Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos nas pesagens		
				$m_1$	$m_2$	$m_3$
Massa do recipiente (g)	$m_1$	343,3	0,1	343,4	343,3	343,3
Massa do recipiente e do provete inicial (g)	$m_2$	5343,3	0,1	5343,3	5343,4	5343,3
Massa do recipiente e do provete final (g)	$m_3$	4013,2	0,1	4013,2	4013,2	4013,3
Massa do provete inicial (g)		5000,0		4999,9	5000,1	5000,0
Massa do provete final (g)		3669,9		3669,8	3669,9	3670,0
Resultado arredondado		27		27	27	27

Estimativa da incerteza

Medidas efectuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Fator de distribuição	$U_i$	$u_i$	Número de graus de liberdade ( $\nu_i$ )	$c_i$	$c_i u_i$	$(c_i u_i)^2$
Massa do recipiente	Balança ( $m_1$ )	$u_{b,m1}$	B	Retangular	1,7321	0,500	0,28868	50	0,020	0,00577	0,00003
Massa do recipiente e do provete inicial	Balança ( $m_2$ )	$u_{b,m2}$	B	Retangular	1,7321	0,500	0,28868	50	0,000	0,00000	0,00000
Massa do recipiente e do provete final	Balança ( $m_3$ )	$u_{b,m3}$	B	Retangular	1,7321	0,500	0,28868	50	-0,020	-0,00577	0,00003
	Correntes de convecção	$u_c$	B	Retangular	1,7321	0,250	0,14434	50	-0,020	-0,00289	0,00001
	Massa constante	$u_{cm}$	B	Retangular	1,7321	2,500	1,44336	50	-0,020	-0,02887	0,00083
	Repetibilidade (Anexo E da Norma)	$u_r$	B	Retangular	1,7321	1,596	0,92152	50	1,000	0,92152	0,84920

Resultados

Los Angeles		±	26,6
Incerteza expandida		±	1,8
Nível de confiança			95 %
Fator de expansão			2,00

$u^2(y) =$	0,85011
$u(y) =$	0,92201
$\nu =$	50
$k =$	2,00
$U = \pm$	1,84403

Observações e comentários

--

**APÊNDICE VI – MISTURAS BETUMINOSAS. DETERMINAÇÃO DO TEOR EM LIGANTE SOLÚVEL****PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA**

A determinação do teor em ligante solúvel de misturas betuminosas apresentado neste exemplo segue o método de ensaio da norma EN 12697-1 (Secções B.1.5 e B.2.1). A mensuranda neste ensaio é o conteúdo em ligante solúvel ( $S$ ) dado pela seguinte expressão:

$$S = \frac{100 \times [M - (M_1 + M_W)]}{M - M_W}$$

em que:

$M$  – massa do provete de ensaio húmido

$M_1$  – massa da matéria mineral

$M_W$  – massa de água no provete de ensaio húmido

No caso de provete seco ( $M_W = 0$ ) e com base em várias medições, o cálculo do conteúdo em ligante solúvel ( $S$ ) é efetuado de acordo com as expressões apresentadas seguidamente.

$$\text{Massa da matéria mineral recolhida nos copos } (M_{1b}) = (M_{c1s} - M_{c1}) + (M_{c2s} - M_{c2})$$

$$\text{Massa da matéria mineral recolhida no peneiro de } 63 \mu\text{m } (M_{1c}) = M_{ps} - M_p$$

$$\text{Massa total da matéria mineral recuperada } (M_1) = M_{1a} + M_{1b} + M_{1c}$$

Pelo que o conteúdo em ligante solúvel é dado pela seguinte expressão:

$$S = \frac{100 \times (M - M_1)}{M}$$

em que:

$M$  – massa do provete seco em estufa

$M_1$  – massa total de matéria mineral recuperada

$M_{1a}$  – massa da matéria mineral

$M_{1b}$  – massa da matéria mineral recolhida nos copos

$M_{1c}$  – massa da matéria mineral recolhida no peneiro de 63  $\mu\text{m}$

$M_{c1}$  – massa do copo 1

$M_{c2}$  – massa do copo 2

$M_p$  – massa do peneiro de 63  $\mu\text{m}$

$M_{ps}$  – massa do peneiro de 63  $\mu\text{m}$  após centrifugação e secagem na estufa

$M_{c1}$  – massa do copo 1 após centrifugação e secagem na estufa

$M_{c2}$  – massa do copo 2 após centrifugação e secagem na estufa

As unidades e arredondamentos a utilizar em todas as grandezas devem ser os indicados na norma de ensaio.

## PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA

As fontes de incerteza a considerar na determinação do teor em ligante solúvel são:

- exatidão da balança associada à massa do provete seco em estufa ( $u_{b,M}$ )
- exatidão da balança associada à massa de matéria mineral ( $u_{b,M1a}$ )
- exatidão da balança associada à massa do copo 1 ( $u_{b,Mc1}$ )
- exatidão da balança associada à massa do copo 2 ( $u_{b,Mc2}$ )
- exatidão da balança associada à massa do peneiro de 63  $\mu\text{m}$  ( $u_{b,Mp}$ )
- exatidão da balança associada à massa do copo 1 após centrifugação e secagem na estufa ( $u_{b,Mc1s}$ )
- exatidão da balança associada à massa do copo 2 após centrifugação e secagem na estufa ( $u_{b,Mc2s}$ )
- exatidão da balança associada à massa do peneiro de 63  $\mu\text{m}$  após centrifugação e secagem na estufa ( $u_{b,Mps}$ )
- garantia da massa constante ( $u_{cm}$ )
- repetibilidade do método de ensaio ( $u_r$ )
- reprodutibilidade do método de ensaio ( $u_R$ )

Estas fontes são apresentadas nas células do ficheiro do exemplo com cor amarela.

## PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA

Neste passo, a quantificação final da incerteza padrão de cada fonte de incerteza passou primeiramente pela identificação do tipo de incerteza, tipo de distribuição estatística e os respetivos fator de distribuição e número de graus de liberdade que lhe estão associados.

Dada a natureza das fontes de incerteza, todas foram consideradas de tipo B com distribuição retangular. Considerou-se sempre o fator de distribuição de  $\sqrt{3}$  e o número de graus de liberdade de 50.

Todos os dados admitidos e calculados até à quantificação da incerteza padrão das fontes de incerteza são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor verde.

#### PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA

No cálculo dos coeficientes de sensibilidade adotou-se o método numérico baseado em pequenos incrementos. O cálculo da incerteza combinada passou pela aplicação direta da lei de propagação das incertezas.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza combinada são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor castanha.

#### PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

O fator de expansão adotado teve em conta o valor do número de graus de liberdade calculado pela fórmula de *Welch-Satterthwaite*. Adotou-se o intervalo de confiança de 95 %. O fator de expansão foi obtido recorrendo à função estatística disponível no Microsoft Excel para este efeito.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza expandida de medição são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor azul.

Os resultados são apresentados nas células do ficheiro do exemplo a cor cinzenta de tonalidade mais escura.

<b>Passo 2</b> Fontes de incerteza	<b>Passo 3</b> Tipo de incerteza	<b>Passo 3</b> Tipo de distribuição	<b>Passo 3</b> Fator de distribuição	<b>Passo 3</b> Incerteza-padrão ( $u_i$ )	<b>Passo 3</b> Número de graus de liberdade ( $\nu_i$ )	<b>Passo 4</b> Coeficientes de sensibilidade ( $c_i$ )	<b>Passo 4</b> Incerteza combinada ( $u(y)$ )	<b>Passo 5</b> Número de graus de liberdade ( $\nu$ ) e fator de expansão ( $k$ )	<b>Passo 5</b> Incerteza expandida (U)	<b>DADOS</b>	<b>RESULTADOS</b>
---------------------------------------	-------------------------------------	--	---	--	--	---	--	--	---	--------------	-------------------

ESTIMATIVA DA INCERTEZA DO TEOR EM LIGANTE SOLÚVEL (EN 12697-1:2020)

Dados e cálculos

Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos									
				M	M <sub>1a</sub>	M <sub>c1</sub>	M <sub>c2</sub>	M <sub>b</sub>	M <sub>c1s</sub>	M <sub>c2s</sub>	M <sub>ps</sub>		
Massa do provete seco em estufa	M	2532,8	0,1	2532,90	2532,80	2532,80	2532,80	2532,80	2532,80	2532,80	2532,80	2532,80	2532,80
Massa de matéria mineral	M <sub>1a</sub>	2399,9	0,1	2399,90	2400,00	2399,90	2399,90	2399,90	2399,90	2399,90	2399,90	2399,90	2399,90
Massa do copo 1	M <sub>c1</sub>	555,07	0,1	555,07	555,07	555,17	555,07	555,07	555,07	555,07	555,07	555,07	555,07
Massa do copo 2	M <sub>c2</sub>	192,67	0,1	192,7	192,7	192,7	192,8	192,7	192,7	192,7	192,7	192,7	192,7
Massa do peneiro de 63 mm	M <sub>b</sub>	262,17	0,1	262,2	262,2	262,2	262,2	262,3	262,2	262,2	262,2	262,2	262,2
Massa do copo 1 após centrifugação e secagem na estufa	M <sub>c1s</sub>	569,10	0,1	569,1	569,1	569,1	569,1	569,1	569,2	569,2	569,1	569,1	569,1
Massa do copo 2 após centrifugação e secagem na estufa	M <sub>c2s</sub>	192,99	0,1	193,0	193,0	193,0	193,0	193,0	193,0	193,0	193,1	193,0	193,0
Massa de matéria mineral recolhida nos copos	M <sub>ps</sub>	14,35		14,35	14,35	14,25	14,25	14,35	14,45	14,45	14,45	14,35	14,35
Massa do peneiro de 0,063 mm após centrifugação e secagem na estufa	M <sub>b</sub>	262,26	0,1	262,3	262,3	262,3	262,3	262,3	262,3	262,3	262,3	262,3	262,4
Massa de matéria mineral recolhida no peneiro de 0,063 mm	M <sub>b</sub>	0,09		0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	-0,01	0,09	0,09	0,09	0,19
Massa total de matéria mineral recuperada	M <sub>1</sub>	2414,34		2414,34	2414,44	2414,24	2414,24	2414,24	2414,24	2414,44	2414,44	2414,44	2414,44
Conteúdo em ligante solúvel	S	4,7		4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7

Estimativa da incerteza

Medidas efetuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Fator de distribuição	U <sub>i</sub>	u <sub>i</sub>	Número de graus de liberdade ( $\nu_i$ )	c <sub>i</sub>	c <sub>i</sub> u <sub>i</sub>	(c <sub>i</sub> u <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>
Massa do provete seco em estufa	M	u <sub>b,M</sub>	B	Retangular	1,7321	0,050	0,02887	50	0,038	0,00109	0,00000
Massa de matéria mineral	M <sub>1a</sub>	u <sub>b,M1a</sub>	B	Retangular	1,7321	0,050	0,02887	50	-0,039	-0,00114	0,00000
Massa do copo 1	M <sub>c1</sub>	u <sub>b,Mc1</sub>	B	Retangular	1,7321	0,050	0,02887	50	0,039	0,00114	0,00000
Massa do copo 2	M <sub>c2</sub>	u <sub>b,Mc2</sub>	B	Retangular	1,7321	0,050	0,02887	50	0,039	0,00114	0,00000
Massa do peneiro de 0,063 mm	M <sub>b</sub>	u <sub>b,Mb</sub>	B	Retangular	1,7321	0,050	0,02887	50	0,039	0,00114	0,00000
Massa do copo 1 após centrifugação e secagem na estufa	M <sub>c1s</sub>	u <sub>b,Mc1s</sub>	B	Retangular	1,7321	0,050	0,02887	50	-0,039	-0,00114	0,00000
Massa do copo 2 após centrifugação e secagem na estufa	M <sub>c2s</sub>	u <sub>b,Mc2s</sub>	B	Retangular	1,7321	0,050	0,02887	50	-0,039	-0,00114	0,00000
Massa do peneiro de 0,063 mm após centrifugação e secagem na estufa	M <sub>b</sub>	u <sub>b,Mbs</sub>	B	Retangular	1,7321	0,050	0,02887	50	-0,039	-0,00114	0,00000
	Massa constante	u <sub>m</sub>	B	Retangular	1,7321	0,0154	0,00889	51	-0,039	-0,00035	0,00000
	Repetibilidade	u <sub>r</sub>	B	Retangular	1,7321	0,014	0,00810	50	1,000	0,00810	0,00007
	Reprodutibilidade	u <sub>R</sub>	B	Retangular	1,7321	0,023	0,01350	50	1,000	0,01350	0,00018

Resultados

Conteúdo em ligante solúvel	S	4,7 %
Incerteza expandida	±	0,03 %
Nível de confiança		95 %
Fator de expansão		2,00

u <sup>2</sup> (y)=	0,00026
u(y)=	0,01607
ν=	88
k=	2,00
U=±	0,03214

Observações e comentários

--

## APÊNDICE VII – BETÃO. RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DE PROVETES DE ENSAIO

### PASSO 1 – ESPECIFICAÇÃO DA MENSURANDA

A resistência à compressão de provetes de ensaio de betão neste exemplo segue o método de ensaio da norma EN 12390-3. Na determinação da resistência à compressão de provetes de ensaio de betão, a mensuranda é a resistência à compressão ( $\sigma$ ) que é o valor resultante do cálculo feito com base na força de rotura e na área do provete pela seguinte expressão:

$$\sigma = \frac{\text{Força}}{\text{Área do provete}}$$

Para tal, o método de ensaio descrito na norma prevê a realização das seguintes medições:

$F$  – força de rotura do provete

$A$  – área da secção do provete, obtida pela medição geométrica de dimensões conforme o procedimento da norma

Desta forma, a mensuranda é obtida através da expressão:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

As unidades e arredondamentos a utilizar em todas as grandezas devem ser os indicados na norma de ensaio.

### PASSO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS FONTES DE INCERTEZA

As fontes de incerteza a considerar na determinação da resistência à compressão de provetes de ensaio de betão são:

- exatidão da máquina de ensaio utilizada para medição da força de rotura ( $u_F$ )
- degradação da máquina de ensaio desde a última calibração ( $u_{deg}$ )
- exatidão do paquímetro (ou régua) utilizado na medição da área do provete ( $u_A$ )
- repetibilidade da medição da área do provete ( $u_{med}$ )
- repetibilidade do método de ensaio ( $u_{rept}$ )
- arredondamento de resultados ( $u_{arred}$ )

Estas fontes são apresentadas nas células do ficheiro do exemplo com cor amarela.

### PASSO 3 – QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA PADRÃO PARA CADA FONTE DE INCERTEZA

Neste passo, a quantificação final da incerteza padrão de cada fonte de incerteza passou primeiramente pela identificação do tipo de incerteza, tipo de distribuição estatística e os respetivos fatores de distribuição e número de graus de liberdade que lhe estão associados. Dada a natureza das fontes de incerteza, todas foram consideradas de tipo B com distribuição retangular. Considerou-se sempre o fator de distribuição de  $\sqrt{3}$  e o número de graus de liberdade de 50.

Todos os dados admitidos e calculados até à quantificação da incerteza padrão das fontes de incerteza são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor verde.

### PASSO 4 – CÁLCULO DA INCERTEZA COMBINADA

No cálculo dos coeficientes de sensibilidade adotou-se o método numérico baseado em pequenos incrementos. O cálculo da incerteza combinada passou pela aplicação da lei de propagação das incertezas.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza combinada são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor castanha.

### PASSO 5 – CÁLCULO DA INCERTEZA EXPANDIDA E APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

O fator de expansão adotado teve em conta o valor do número de graus de liberdade calculado pela fórmula de *Welch-Satterthwaite*. Adotou-se o intervalo de confiança de 95 %. O fator de expansão foi obtido recorrendo à função estatística disponível no Microsoft Excel para este efeito.

Todos os cálculos efetuados para a obtenção da incerteza expandida de medição são apresentados nas células do ficheiro do exemplo com tonalidades de cor azul.

Os resultados são apresentados nas células do ficheiro do exemplo a cor cinzenta de tonalidade mais escura.

<b>Passo 2</b> Fontes de incerteza	<b>Passo 3</b> Tipo de incerteza	<b>Passo 3</b> Tipo de distribuição	<b>Passo 3</b> Fator de distribuição	<b>Passo 3</b> Incerteza-padrão ( $u_i$ )	<b>Passo 3</b> Número de graus de liberdade ( $\nu_i$ )	<b>Passo 4</b> Coeficientes de sensibilidade ( $c_i$ )	<b>Passo 4</b> Incerteza combinada ( $u(y)$ )	<b>Passo 5</b> Número de graus de liberdade ( $\nu$ ) e fator de expansão ( $k$ )	<b>Passo 5</b> Incerteza expandida ( $U$ )	<b>DADOS</b>	<b>RESULTADOS</b>
---------------------------------------	-------------------------------------	--	---	--	--	---	--	--	---	--------------	-------------------

ESTIMATIVA DA INCERTEZA DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO (EN 12390-3:2019)

Dados e cálculos

Parâmetro	Símbolo	Valor	Incremento	Cálculo dos incrementos		
				F	A	Resultados
Força (N)	F	751,5	1	752,5	22500	33,444
Área do Provete (mm <sup>2</sup> )	A	22500	0,1	751,5	22500,1	33,400
Resultado (MPa)		33,400				
Resultado arredondado (MPa)		33,4				

Estimativa da incerteza

Medidas efetuadas	Fonte de incerteza	Incerteza	Tipo de incerteza	Tipo de distribuição	Fator de distribuição	$U_i$	$u_i$	Número de graus de liberdade ( $\nu_i$ )	$c_i$	$c_i u_i$	$(c_i u_i)^2$
Força	Erro máximo admissível	$u_F$	B	Rectangular	1,7321	7,515	4,33879	50	0,0444444	0,19283	0,037185
Força	Degradação da máquina	$u_{deg}$	B	Rectangular	1,7321	3,758	2,16939	50	1,0000000	2,16939	4,706269
Área do Provete	Erro máximo admissível	$u_A$	B	Rectangular	1,7321	0,750	0,43301	50	-0,0014844	-0,00064	0,000000
Área do Provete	Repetibilidade da med. Arestas	$u_{rep}$	B	Rectangular	1,7321	0,100	0,05774	50	1,0000000	0,05774	0,003333
	Arredondamento de resultados	$u_{arred}$	B	Rectangular	1,7321	0,050	0,02887	5000000	1,0000000	0,02887	0,000833
	Repetibilidade do método	$u_{rep}$	B	Rectangular	1,7321	0,670	0,38682	50	1,0000000	0,38682	0,149633

Resultados			$u^2(y) =$
Resistência à compressão		33,4 MPa	4,89725
Incerteza expandida	±	4,5 MPa	$u(y) =$ 2,21297
Nível de confiança		95 %	$\nu =$ 54
Fator de expansão		2,05	$k =$ 2,05
			$U = \pm$ 4,53077

Observações e comentários

--